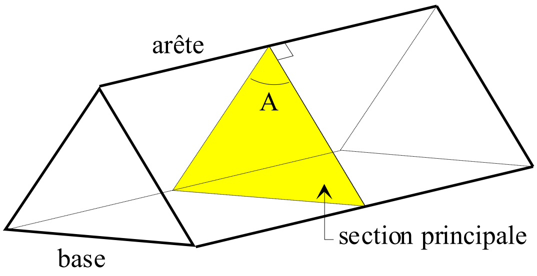
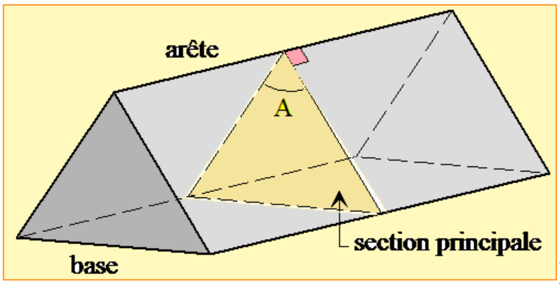
PRISME

1) Définitions.

Un prisme est un milieu transparent, homogène et isotrope, limité par deux dioptres plans non parallèles.



La droite d'intersection des deux plans (qui n'existe pas toujours matériellement) est l'**arête** du prisme.
Tout plan perpendiculaire à l'arête est un plan de **section principale.**
L'angle A formé par les deux plans est l'**angle du prisme**.
La **base du prisme**, face opposée à l'arête, ne joue aucun rôle optique et peut ne pas être plane.



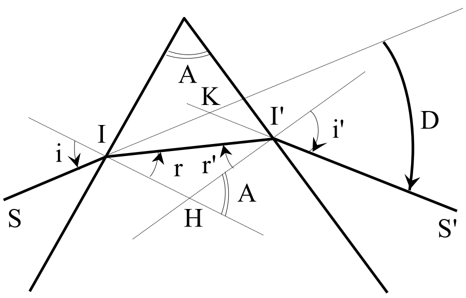
L'étude du prisme sera faite avec les hypothèses suivantes:

- les faces du prisme sont en contact avec le même milieu extérieur d'indice absolu n_2.
- le prisme, d'indice absolu n_1, est plus réfringent que le milieu extérieur: $n_1 > n_2 \rightarrow$

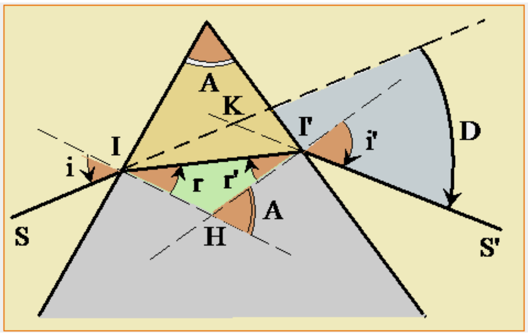
$n = \dfrac{n_1}{n_2} > 1.$

- les rayons incidents sont dans un plan de section principale.
- la lumière est monochromatique, sauf dans la dernière partie (étude de la dispersion).

2) Marche d'un rayon lumineux dans une section principale.



Le rayon incident SI se réfracte selon II' en se rapprochant de la normale au premier dioptre ($n > 1$) $\rightarrow$ $r < i$.
Si l'angle d'incidence sur le second dioptre, r', est inférieur à l'angle de réfraction limite λ tel que $\sin\lambda = \dfrac{1}{n}$, il y a réfraction en I', le rayon I'S' émerge en s'éloignant de la normale au second dioptre: $\rightarrow$ $i' > r'$.
Le rayon incident est toujours dévié vers la base du prisme.
Si $r' > \lambda$, il y a réflexion totale en I'.

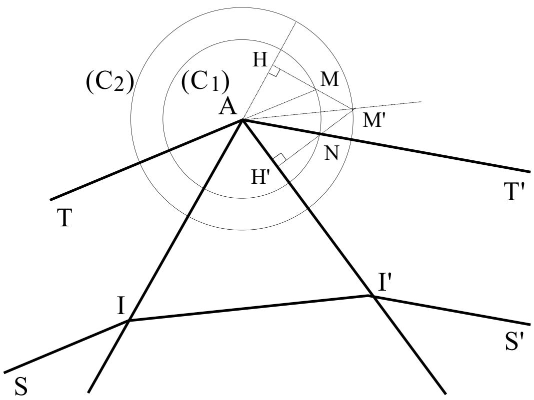


3) Relations entre les angles.

Les lois de la réfraction en I et I' donnent:	**sin i = n sin r**
	sin i' = n sin r'
Dans le triangle II'H:	**A = r + r'**
Dans le triangle II'K:	**D = (i - r) + (i' - r') = i + i' - A**

Ces relations sont valables dans tous les cas (pour $n > 1$) en orientant les angles, comptés à partir des normales aux dioptres, dans le sens trigonométrique pour i et r et dans le sens inverse pour i', r' et D.

4) Construction géométrique des rayons réfractés.



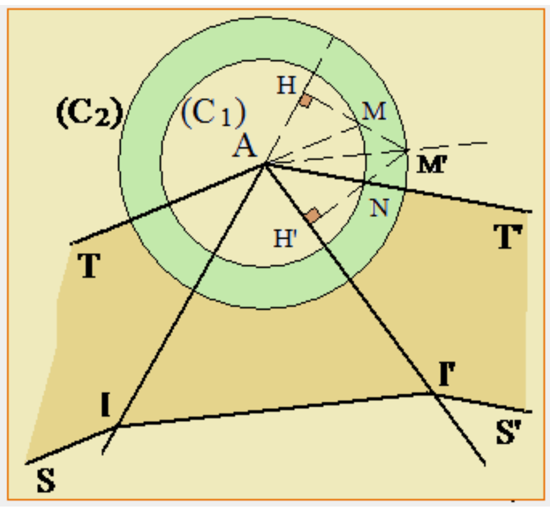
On applique deux fois la construction d'Huygens.

Les deux cercles de centre A, (C_1) et (C_2), ont des rayons R_1 et $R_2 = n R_1$.

Le rayon TA parallèle au rayon incident SI se réfracte sur le premier dioptre selon AM', donc le rayon réfracté II' est parallèle à AM'.

AM' se réfracte sur le second dioptre selon ANT', donc le second rayon réfracté I'S' est parallèle à ANT'.

Si M'H' ne coupe pas le cercle (C_1) le rayon réfracté ANT' n'existe pas, il y a réflexion totale en I'.



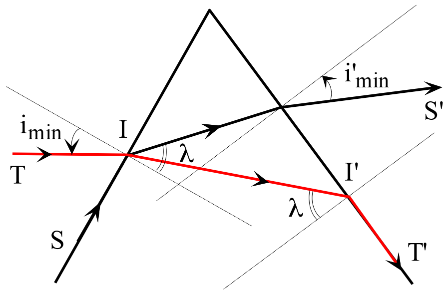
5) Conditions d'émergence.

a. Condition pour A.

Le rayon intermédiaire II' se réfracte en I' si $r' \leq \lambda \;\rightarrow\; A - r \leq \lambda$ ou $A \leq \lambda + r$.

Or $r \leq \lambda$ donc $\boxed{A \leq 2\,\lambda}$.

b. Condition pour i.



Si $A < 2\,\lambda$, les rayons qui peuvent émerger sont ceux pour lesquels $r' \leq \lambda \;\rightarrow\; A - r \leq \lambda$ ou encore $r \geq A - \lambda$, d'où $\sin r \geq \sin (A - \lambda)$.

Or $\sin i = n \sin r \;\rightarrow\; \sin i \geq n \sin (A - \lambda)$.

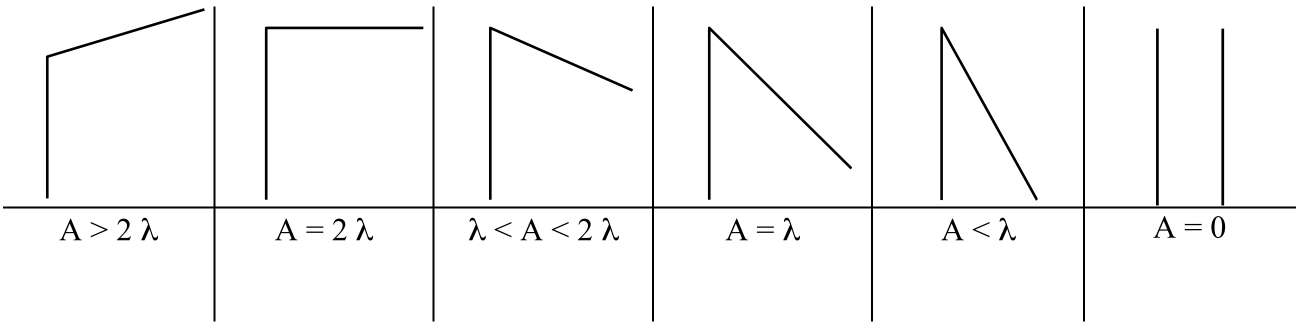
Donc $i \geq i_{min}$ tel que $\boxed{\sin i_{min} = n \sin(A - \lambda)}$.

Un rayon TI arrivant sur la surface du premier dioptre sous l'incidence i_{min} émerge en rasant la surface du second dioptre.

D'après la loi du retour inverse de la lumière, un rayon incident SI rasant la surface du premier dioptre émergera sous l'angle $i'_{min} = i_{min}$.

c. Exemples des divers cas.

Pour un prisme d'indice $n = \sqrt{2}$, l'angle limite de réfraction vaut $\lambda = 45°$.

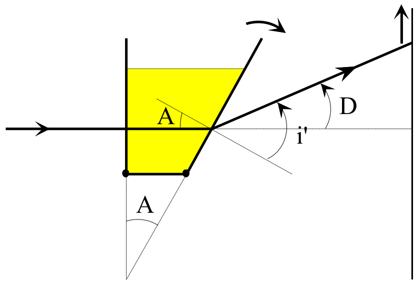


6) Etude théorique et expérimentale de la déviation.

L'angle de déviation D dépend du prisme utilisé, donc de n et A, et de l'angle d'incidence i.

$$D = f(A, n, i) \quad \Rightarrow \quad dD = \left(\frac{\partial D}{\partial A}\right)_{i,n} dA + \left(\frac{\partial D}{\partial n}\right)_{i,A} dn + \left(\frac{\partial D}{\partial i}\right)_{n,A} di.$$

a. Influence de A.



Expérience avec un prisme à eau (n = 1,33), d'angle A variable, utilisé sous incidence normale: i = 0.

On observe que la déviation D augmente quand A augmente, i et n restant constants, donc $\left(\frac{\partial D}{\partial A}\right)_{i,n} > 0$.

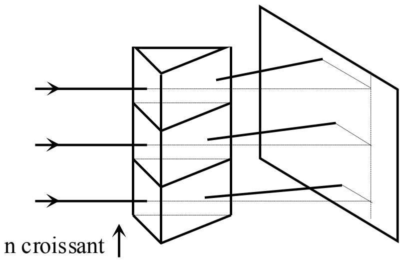
Démonstration: D = i + i' - A avec i et n constants, donc r constant.

$$\left(\frac{\partial D}{\partial A}\right)_{i,n} = \left(\frac{\partial (i'-A)}{\partial A}\right)_{i,n} = \left(\frac{\partial i'}{\partial A}\right)_{i,n} - 1.$$

$$\left(\frac{\partial (\sin i')}{\partial A}\right)_{i,n} = \cos i'\left(\frac{\partial i'}{\partial A}\right)_{i,n} = n\left(\frac{\partial (\sin r')}{\partial A}\right)_{i,n} = n\cos r'\left(\frac{\partial r'}{\partial A}\right)_{i,n} = n\cos r' \text{ car } \left(\frac{\partial r'}{\partial A}\right)_{i,n} = 1.$$

D'où $\left(\frac{\partial D}{\partial A}\right)_{i,n} = n\frac{\cos r'}{\cos i'} - 1$. Or $n > 1$ et $|r'| < |i'|$ $\rightarrow$ $\cos r' > \cos i'$ et on a bien $\left(\frac{\partial D}{\partial A}\right)_{i,n} > 0$.

b. Influence de n.



Expérience avec un polyprisme: ensemble de plusieurs prismes, de même angle mais d'indices différents, utilisés sous la même incidence.

On observe que D augmente quand n augmente $\rightarrow$ $\left(\frac{\partial D}{\partial n}\right)_{i,A} > 0$.

Démonstration: D = i + i' - A avec i et A constants $\rightarrow$ $\left(\frac{\partial D}{\partial n}\right)_{i,A} = \left(\frac{\partial i'}{\partial n}\right)_{i,A}$.

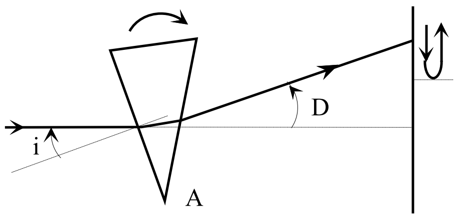
$$\left(\frac{\partial (\sin i')}{\partial n}\right)_{i,A} = \cos i'\left(\frac{\partial i'}{\partial n}\right)_{i,A} = \sin r' + n\cos r'\left(\frac{\partial r'}{\partial n}\right)_{i,A} \rightarrow \left(\frac{\partial i'}{\partial n}\right)_{i,A} = \frac{1}{\cos i'}\left(\sin r' + n\cos r'\left(\frac{\partial r'}{\partial n}\right)_{i,A}\right).$$

Or $r + r' = A$ $\rightarrow$ $\left(\frac{\partial r}{\partial n}\right)_{i,A} + \left(\frac{\partial r'}{\partial n}\right)_{i,A} = 0$ et $\sin i = n\sin r$ $\rightarrow$ $0 = \sin r + n\cos r\left(\frac{\partial r}{\partial n}\right)_{i,A}$.

Donc $\left(\frac{\partial r}{\partial n}\right)_{i,A} = -\frac{1}{n}\tan r = -\left(\frac{\partial r'}{\partial n}\right)_{i,A} \rightarrow \left(\frac{\partial D}{\partial n}\right)_{i,A} = \frac{1}{\cos i'}\left(\sin r' + n\cos r'.\frac{1}{n}\tan r\right)$.

$$\left(\frac{\partial D}{\partial n}\right)_{i,A} = \frac{\cos r.\sin r' + \cos r'.\sin r}{\cos r.\cos i'} = \frac{\sin(r+r')}{\cos r.\cos i'} = \frac{\sin A}{\cos r.\cos i'}; \sin A > 0, \cos r > 0 \text{ et } \cos i' > 0 \rightarrow \left(\frac{\partial D}{\partial n}\right)_{i,A} > 0.$$

c. Influence de i.



Expérience avec un prisme tournant autour de son arête.

On observe que D est minimale pour une valeur particulière i_0 de l'angle d'incidence $\rightarrow$ $\left(\frac{\partial D}{\partial i}\right)_{n,A} = 0$ pour $i = i_0$.

Démonstration: $D = i + i' - A$ avec n et A constants $\rightarrow \left(\frac{\partial D}{\partial i}\right)_{n,A} = 1 + \left(\frac{\partial i'}{\partial i}\right)_{n,A}$.

$$\left(\frac{\partial(\sin i')}{\partial i}\right)_{n,A} = \cos i'\left(\frac{\partial i'}{\partial i}\right)_{n,A} = n\cos r'\left(\frac{\partial r'}{\partial i}\right)_{n,A} \rightarrow \left(\frac{\partial i'}{\partial i}\right)_{n,A} = n\frac{\cos r'}{\cos i'}\left(\frac{\partial r'}{\partial i}\right)_{n,A}.$$

Or $r + r' = A \rightarrow \left(\frac{\partial r}{\partial i}\right)_{n,A} + \left(\frac{\partial r'}{\partial i}\right)_{n,A} = 0$ et $\sin i = n\sin r \rightarrow \cos i = n\cos r\left(\frac{\partial r}{\partial i}\right)_{n,A}$.

Donc $\left(\frac{\partial r}{\partial i}\right)_{n,A} = \frac{1}{n}\frac{\cos i}{\cos r} = -\left(\frac{\partial r'}{\partial i}\right)_{n,A} \rightarrow \left(\frac{\partial D}{\partial i}\right)_{n,A} = 1 + \frac{n\cos r'}{\cos i'}\left(-\frac{1}{n}\frac{\cos i}{\cos r}\right) = 1 - \frac{\cos i.\cos r'}{\cos i'.\cos r}$.

$\left(\frac{\partial D}{\partial i}\right)_{n,A} = 0 \rightarrow \cos i.\cos r' = \cos i'.\cos r$ ou bien $(1-\sin^2 i)(1-\sin^2 r') = (1-\sin^2 i')(1-\sin^2 r)$.

$$(1-\sin^2 i)\left(1-\frac{\sin^2 i'}{n^2}\right) = (1-\sin^2 i')\left(1-\frac{\sin^2 i}{n^2}\right);\ \left(1-\frac{1}{n^2}\right)\sin^2 i' = \left(1-\frac{1}{n^2}\right)\sin^2 i.$$

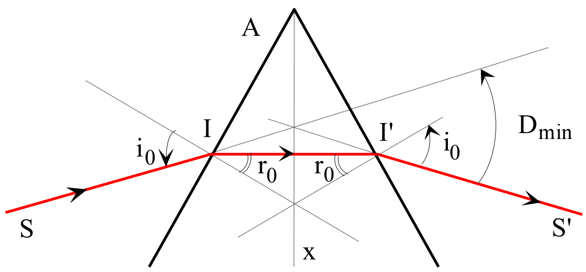
Comme $n \neq 1$, i est solution de $\sin^2 i = \sin^2 i'$ soit $i = \pm i'$.
Seule la solution $i = i'$ convient car si $i = -i'$ alors $r = -r'$, ce qui est incompatible avec $r + r' = A \neq 0$.

Donc D est minimale quand $i = i' \rightarrow r = r' = \frac{A}{2}$ et $i = i_0$ tel que $\boxed{\sin i_0 = n\sin\frac{A}{2}}$.

La déviation minimale vaut $D_{min} = i + i' - A = 2\,i_0 - A$.

Les mesures de A et D_{min} permettent de calculer l'indice du prisme:

$$i_0 = \frac{A + D_{min}}{2} \text{ et } \sin i_0 = n\sin r_0 \text{ avec } r_0 = r_0' = \frac{A}{2} \rightarrow \boxed{n = \frac{\sin\frac{A+D_{min}}{2}}{\sin\frac{A}{2}}}.$$

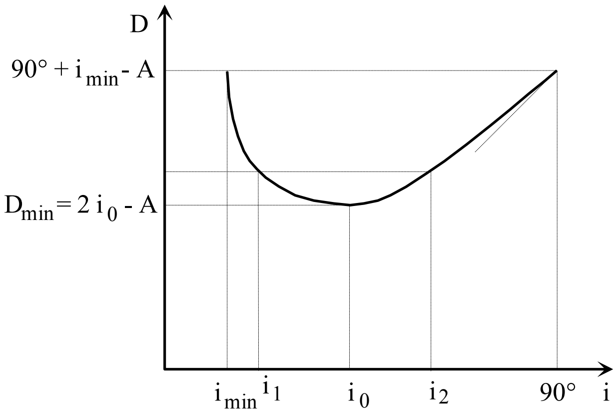


Quand la déviation est minimale, $i = i' = i_0$ et $r = r' = \frac{A}{2}$.

Le triangle AII' est isocèle et le trajet de la lumière est symétrique par rapport à la bissectrice Ax de l'angle A.

Le rayon II' est perpendiculaire à Ax.

Allure de la courbe D = f(i):



La condition d'émergence pour A ($A < 2\lambda$) étant satisfaite, on a $i_{min} \leq i \leq 90°$ et $90° \geq i' \geq i_{min}$.

$$\left.\begin{array}{l} i = i_{min} \rightarrow i' = 90° \\ i = 90° \rightarrow i' = i_{min} \end{array}\right] \text{ donc } D = 90° + i_{min} - A.$$

$$\left(\frac{\partial D}{\partial i}\right)_{n,A} = 1 - \frac{\cos i . \cos r'}{\cos i' . \cos r}.$$

Quand $i = i_{min}$, $\left(\frac{\partial D}{\partial i}\right)_{n,A} \rightarrow -\infty$ car $\cos i' = 0$.

Quand $i = 90°$, $\left(\frac{\partial D}{\partial i}\right)_{n,A} = 1$ car $\cos i = 0$.

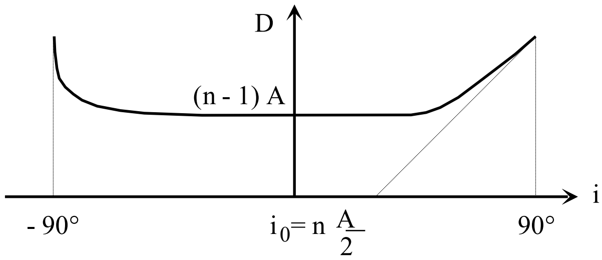
On remarque qu'on obtient la même déviation pour deux angles d'incidence différents i_1 et i_2. Quand $i = i_1$, l'angle d'émergence vaut $i' = i_2$ et quand $i = i_2$ alors $i' = i_1$.

7) Cas d'un prisme d'angle faible utilisé sous faible incidence.

Si A et i sont faibles, r, r' et i' le sont aussi.

$$\left.\begin{array}{l} i \approx n\, r \\ i' \approx n\, r' \\ A = r + r' \end{array}\right| \quad D = i + i' - A \approx n\,(r + r') - A = (n - 1)\, A.$$

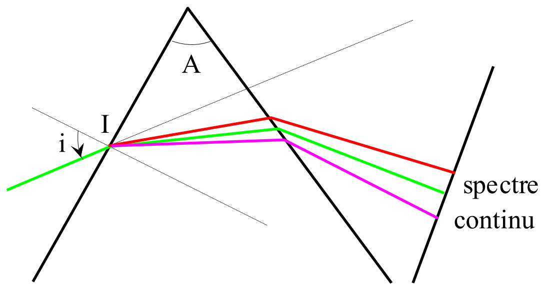
Donc D est pratiquement constant, sa valeur étant celle de la déviation minimale:



$$\sin i_0 = n \sin r_0 = n \sin\frac{A}{2} \rightarrow i_0 \approx n\frac{A}{2}.$$

$$D_{min} = 2i_0 - A \approx (n-1)A.$$

8) Dispersion



Avec un faisceau incident de lumière blanche, on observe un spectre continu du rouge au violet, la déviation des rayons augmentant quand la longueur d'onde diminue.

Donc $\left(\frac{\partial D}{\partial \lambda}\right)_{i,A} < 0$.

$$\left(\frac{\partial D}{\partial \lambda}\right)_{i,A} = \left(\frac{\partial D}{\partial n}\right)_{i,A} . \frac{dn}{d\lambda} \text{ avec } \left(\frac{\partial D}{\partial n}\right)_{i,A} > 0 \text{ d'où } \frac{dn}{d\lambda} < 0.$$

Pour les verres optiques on utilise souvent la relation de Cauchy $n^2 = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4}$ où a, b, c sont trois constantes déterminées expérimentalement en mesurant n pour trois longueurs d'onde différentes.

Variation de *D* avec *A* à *n* et *i* constants.

Reprenons les quatre formules du prisme et faisant la différentiel de chacune des équations sachant que *n* et *i* sont constants (On note l'incident *i* et l'émergent *i'*) :

$$\begin{cases} \sin(i) = n.\sin(r) \\ \sin(i') = n.\sin(r') \\ A = r + r' \\ D = i + i' - A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d\left(\sin(i)\right) = d\left(n.\sin(r)\right) \\ d\left(\sin(i')\right) = d\left(n.\sin(r')\right) \\ dA = d\left(r + r'\right) \\ dD = d\left(i + i' - A\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(i)di = n\cos(r)dr + \sin(r)dn \\ \cos(i')di' = n\cos(r')dr' + \sin(r')dn \\ dA = dr + dr' \\ dD = di + di' - dA \end{cases} \text{avec} \begin{cases} di = 0 \\ dn = 0 \end{cases}$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} 0 = n\cos(r)dr \\ \cos(i')di' = n\cos(r')dr' \\ dA = dr + dr' \\ dD = di' - dA \end{cases} \text{soit} \begin{cases} dr = 0 \\ \cos(i')di' = n\cos(r')dr' \\ dA = dr' \\ dD = di' - dA \end{cases}$$

$$\begin{cases} dr = 0 \\ \dfrac{di'}{dA} = n\dfrac{\cos(r')}{\cos(i')} \\ dA = dr' \\ \dfrac{dD}{dA} = \dfrac{di'}{dA} - 1 \end{cases} \qquad \frac{dD}{dA} = n.\frac{\cos(r')}{\cos(i')} - 1 > 0$$

Exercice 1 Démontrer que $\dfrac{dD}{dA}$ est positive.

l faut comparer $n.\cos(r')$ à $\cos(i')$. Si $n.\cos(r') > \cos(i')$ la rapport est supérieur à 1 par conséquent $\dfrac{dD}{dA}$ est supérieur à 0.

$\left[n.\cos(r')\right]^2 = n^2\left(1-\sin^2(r')\right) = n^2 - \left(n\sin(r')\right)^2 = n^2 - \left(\sin(i')\right)^2$ Expression 1

$\left[\cos(i')\right]^2 = 1-\sin^2(i')$ Expression 2

Si l'on compare les expressions on a : $n^2 - \left(\sin(i')\right)^2 > 1-\sin^2(i')$ puisque $n > 1$

Donc la déviation *D* est une fonction croissante de *A*, et elle a toujours lieu du coté de la base du prisme.

Variation de *D* avec *n* (*A*,*i* consants)

On procède de la même manière que dans le premiers cas, sachant que $\begin{cases} di = 0 \\ dA = 0 \end{cases}$ on trouve : $\dfrac{dD}{dn} = \dfrac{\sin(A)}{\cos(i').\cos(r)}$

$$\begin{cases} \sin(i) = n.\sin(r) \\ \sin(i') = n.\sin(r') \\ A = r + r' \\ D = i + i' - A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos(i)di = n\cos(r)dr + \sin(r).dn \\ \cos(i')di' = n\cos(r')dr' + \sin(r').dn \\ dA = dr + dr' \\ dD = di + di' - dA \end{cases}$$

$$\begin{cases} di = 0 \\ dA = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = n\cos(r)dr + \sin(r).dn \\ \cos(i')di' = n\cos(r')dr' + \sin(r').dn \\ 0 = dr + dr' \\ dD = di' \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 x\cos(r') = \left[n\cos(r)dr + \sin(r).dn\right] x\cos(r') \\ \left[\cos(i')di'\right] x\cos(r) = \left[n\cos(r')dr' + \sin(r').dn\right] x\cos(r) \\ dr = -dr' \\ dD = di' \end{cases}$$

$$\begin{cases} n\cos(r)\cos(r')dr + \sin(r)\cos(r').dn = 0 \\ \cos(i')\cos(r)di' = -n\cos(r')\cos(r)dr + \sin(r')\cos(r)dn \\ \\ \dfrac{dD}{dn} = \dfrac{di'}{dn} \end{cases}$$

On fait la somme des deux premières équations :

$$\begin{aligned} \cos(i')\cos(r)di' = {} & n\cos(r)\cos(r')dr + \sin(r)\cos(r').dn \\ & - n\cos(r')\cos(r)dr + \sin(r')\cos(r)dn \end{aligned}$$

soit $\cos(i')\cos(r)di' = \left[\sin(r)\cos(r').+\sin(r')\cos(r)\right].dn = \sin(r+r')dn$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} \dfrac{dD}{dn} = \dfrac{di'}{dn} \\ \cos(i')\cos(r)di' = \left[\sin(r)\cos(r').+\sin(r')\cos(r)\right].dn = \sin(r+r')dn \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dD}{dn} = 1 + \dfrac{di'}{dn} \\ \dfrac{di'}{dn} = \dfrac{\sin(r+r')}{\cos(i')\cos(r)} \end{cases}$$

Il en résulte que :

$$\frac{dD}{dn} = \frac{\sin(A)}{\cos(i').\cos(r)}$$

Cette quantité est toujours positive, puisque i' est compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$ et r entre 0 et λ. Par conséquent la déviation augmente quand l'indice de réfraction augmente.

Variation de *D* avec *i* (*A*,*n* constants)

De la même manière que les deux cas qui précèdent, on différentie puis on cherche $\dfrac{dD}{di}$ sachant que $\begin{cases} dn = 0 \\ dA = 0 \end{cases}$ on trouve : $\dfrac{dD}{di} = 1 - \dfrac{\cos(r')}{\cos(r)}\dfrac{\cos(i)}{\cos(i')}$

$$\begin{cases} \sin(i) = n.\sin(r) \\ \sin(i') = n.\sin(r') \\ A = r + r' \\ D = i + i' - A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos(i)di = n\cos(r)dr + \sin(r).dn \\ \cos(i')di' = n\cos(r')dr' + \sin(r').dn \\ dA = dr + dr' \\ dD = di + di' - dA \end{cases}$$

$$\begin{cases} dn = 0 \\ dA = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos(i)di = n\cos(r)dr \\ \cos(i')di' = n\cos(r')dr' \\ 0 = dr + dr' \\ dD = di + di' \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(i)di = n\cos(r)dr \\ \cos(i')di' = n\cos(r')dr' \\ dr = -dr' \\ \dfrac{dD}{di} = 1 + \dfrac{di'}{di} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\cos(i')}{\cos(i)}\dfrac{di'}{di} = -\dfrac{n\cos(r')}{n\cos(r)} \\ \dfrac{dD}{di} = 1 + \dfrac{di'}{di} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{di'}{di} = -\dfrac{n\cos(r')}{n\cos(r)}\dfrac{\cos(i)}{\cos(i')} \\ \dfrac{dD}{di} = 1 + \dfrac{di'}{di} \end{cases} \Rightarrow \frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos(r')}{\cos(r)}\frac{\cos(i)}{\cos(i')}$$

Pour avoir la variation de la déviation en fonction de l'incidence, on cherche les extremums de la fonction $D = f(i)$

$$\frac{dD}{di} = 0 \quad \Rightarrow \quad \cos(i).\cos(r') = \cos(i').\cos(r)$$

On élève au carré les deux expressions puis on remplace $\cos^2(i)$ par $1 - \sin^2(i)$ idem pour *r*, ce qui donne :

$$\left(1-\sin^2(r')\right)\left(1-\sin^2(i)\right)=\left(1-\sin^2(r)\right)\left(1-\sin^2(i')\right)$$
$$\Downarrow$$
$$\left(1-\sin^2(r')\right)\left(1-n^2\sin^2(r)\right)=\left(1-\sin^2(r)\right)\left(1-n^2\sin^2(r')\right)$$
$$\Downarrow$$
$$\left(n^2-1\right)\left(\sin^2(r)-\sin^2(r)\right)=0$$
$$\Downarrow$$
$$\begin{cases} n \neq 1 \\ \sin^2(r)=\sin^2(r') \end{cases} \quad \Rightarrow \sin(r)=\pm\sin(r')$$

$|r|<\lambda<\pi/2$, on a :

$$\begin{cases} r = -r \quad \Rightarrow A = 0 \quad \text{Lame à faces parallèles } D = 0 \text{ et } \dfrac{dD}{di} = 0 \\ r = r' \quad \Rightarrow A = 2r \quad \Rightarrow r = r' = \dfrac{A}{2} \quad \text{soit } i = i' = i_m \quad \Rightarrow D_m = 2i_m - A \end{cases}$$

D_m est le minimum de déviation. La relation de Descartes s'écrit alors :

$$\sin(i_m)=n.\sin\left(\frac{A}{2}\right)=\sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right)$$

Etude d'un prisme de petit angle

Un prisme de petit angle est placé dans l'air. Un faisceau parallèle fait un petit angle avec la normale à la face d'entrée de ce prisme.

1) Montrer que le faisceau sortant fait avec le faisceau incident un angle *D* indépendant de l'incident.

2) supposons que le prisme est fait d'un verre d'indice $n=1.5$ et a pour base un triangle équilatéral. Quel est son angle de déviation minimale D_m ?

3)On plonge ce prisme dans l'eau d'indice $n'=\frac{4}{3}$. Quel est la nouvelle déviation minimale D'_m ?

4) Que devient cette déviation si on augmente *n* à 2.8 sachant que $n'=\frac{4}{3}$

Etude d'un prisme de petit angle - *Solution*

1) L'angle A étant faible, l'angle d'incidence est aussi faible par conséquent on peut écrire : $\begin{cases} \sin(i) \approx i = n\sin(r) \approx nr \\ \sin(i') \approx i' = n\sin(r') \approx nr' \end{cases}$

donc $D = i + i' - A = nr + nr' - A = n(r + r') - A = nA - A = (n-1)A$

$D = (n-1)A$ est indépendante de l'incidence donc $\forall i \quad D = (n-1)A$

2) Base triangle équilatérale par conséquent $A = 60°$ avec

$$D = (n-1)A = (1.5-1)\frac{\pi}{3} = 0.5\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} = 30°$$

$$D = D_m = \frac{\pi}{6} = 30°$$

3) Les équations de Descartes deviennent : $\begin{cases} n'\sin(i) \approx n'i = n\sin(r) \approx nr \\ n'\sin(i') \approx n'i' = n\sin(r') \approx nr' \end{cases}$

$$D = i + i' - A = \frac{n}{n'}r + \frac{n}{n'}r' - A = \frac{n}{n'}(r + r') - A = \frac{n}{n'}A - A = (\frac{n}{n'} - 1)A$$

donc $\forall i \quad D = (\frac{n}{n'} - 1)A$

Application numérique : $D = D_m = \left(\frac{3/2}{4/3} - 1\right)\frac{\pi}{3} = \frac{9}{8}\frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{8} = 67°30'$

La déviation augmente avec l'indice du milieu.

4) On passe d'un milieu plus réfringent à un milieu mois réfringent donc on verra l'angle limite du coté incident.

L'angle limite λ est dans cette configuration est tel que :

$$n'\sin(\lambda) = n\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad \sin(\lambda) = \frac{n}{n'} = \frac{1/2}{4/3} = \frac{3}{8} = 0.375 \quad \Rightarrow \lambda = 22°13'$$

La condition d'émergence est que $A < 2\lambda$ c'est à dire que A doit être inférieur à 44°26' pour avoir un émergent ce qui n'est pas le cas