

**Travaux dirigés d'Optique**  
**Série n° 4 : Cycle Préparatoire, 1<sup>ère</sup> Année**

**Exercice 1 :**

Soit une onde plane lumineuse, de pulsation  $\omega$  et de vecteur d'onde  $\vec{k}$ , polarisée se propageant dans la direction  $z$ . Cette onde lumineuse est représentée par son champ électrique  $\vec{E}$  décrit de la manière suivante (avec  $-\pi \leq$

$$\phi \leq \pi) : \vec{E} = \begin{cases} E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz) \\ E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kz - \phi) \end{cases}$$

1. Trouver une équation cartésienne liant les deux composantes avec la phase. Cette forme reflète que le champ électrique associé à une onde plane polarisée décrit une ellipse.
2. Etudier les cas particuliers : a).  $\phi = 0$  ; b).  $\phi = \pi$  ; c).  $\phi = \pi/2$  et d).  $\phi = \pi/2$  avec  $E_0 = E_{0x} = E_{0y}$

**Exercice 2 :**

Une onde lumineuse est décrite par le champ  $\vec{E}$  donnée par l'expression suivante (avec  $k = \omega/c$ ) :

$$\vec{E} = E_0 \cos(kx - \omega t - \phi_z) \vec{e}_z$$

1. Il s'agit d'une onde polarisée dans une direction définie par le vecteur unitaire  $\vec{e}_z$  porté par Oz. Quelle serait, en notation complexe, la vibration lumineuse  $\Psi(x, t)$  correspondante ?
2. Calculer l'éclairement correspondant  $\xi = \Psi\Psi^*$ . Relier  $\xi$  à  $\langle E^2 \rangle$ , moyenne temporelle du carré du champ  $\vec{E}$ .  
On admettra dans la suite que ce lien entre l'éclairement  $\xi$  et  $\langle E^2 \rangle$  est général.
3. On s'intéresse maintenant à la superposition de deux champs  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$ , de polarisations différentes :

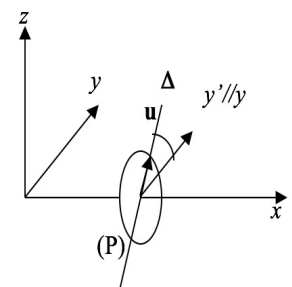
$$\vec{E}_1 = E_{01} \cos(kx - \omega t - \phi_z) \vec{e}_z \quad \text{et} \quad \vec{E}_2 = E_{02} \cos(kx - \omega t - \phi_y) \vec{e}_y$$

Le champ résultant  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$  d'après le principe de superposition.

Comme les directions de polarisations des deux champs sont différentes, on doit abandonner le modèle scalaire de la vibration lumineuse. Calculer l'éclairement  $\xi$  correspondant au champ  $\vec{E}$ . Montrer que cet éclairement est la somme des éclairements  $\xi_1$  et  $\xi_2$  transportées par les deux composantes.

4. On dispose d'une lame polarisante (P) que l'on place dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation Ox. Il suffit ici de savoir qu'une telle lame (dite "polariseur") possède dans son plan une direction privilégiée  $\Delta$  et ne laisse passer que la composante sur  $\Delta$  du champ incident  $\vec{E}_{inc}$  (figure ci-contre).  
Autrement dit, après la lame, le champ transmis est :  
 $\vec{E}_{transmis} = \tau(\vec{u} \cdot \vec{E}_{inc}) \vec{u}$   
où  $\vec{u}$  est un vecteur unitaire porté par  $\Delta$  et  $\tau$  un facteur de transmission compris entre 0 et 1.

On dispose la lame de façon que  $\Delta$  fasse un angle  $\alpha$  avec Oy. Dans le cas où le champ incident est celui décrit dans la question 3., calculer l'éclairement  $\xi$  après la traversée de la lame. Peut-on écrire  $\xi = \xi_1 + \xi_2$  ? Comment peut-on justifier ce phénomène ?



**Exercice 3 :**

Une source S ponctuelle monochromatique, de longueur d'onde  $\lambda$  éclaire une plaque (P) opaque percée de deux trous fins  $S_1$  et  $S_2$  distants de  $a$ , qui se comportent comme deux sources cohérentes synchrones. On observe les franges sur un écran plan (E) parallèle à (P). La distance de S à (P) est  $d$ , et la distance de (P) à (E) est  $D$  ( $d \gg a$  et  $D \gg a$ ). L'écran (E), normal à l'axe Oz, est rapporté aux deux axes perpendiculaires Ox et Oy, où Ox est parallèle à  $S_1S_2$  et O est le point de l'écran situé sur la médiatrice de  $S_1S_2$ .

1. Déterminer l'ordre d'interférence et l'éclairement en un point  $M(x, y, 0)$  de l'écran, ainsi que l'interfrange dans les trois cas suivants :
  - a. La source S est sur la médiatrice  $S_1S_2$  ;
  - b. La source S est déplacée dans un plan parallèle à (E), d'une quantité  $x_s$ , parallèlement à Ox ;
  - c. La source S est déplacée à partir de la position a) dans un plan parallèle à (E), d'une quantité  $y_s$ , parallèlement à Oy.
2. La source S est replacée sur la médiatrice de  $S_1S_2$  ; on place devant le trou  $S_1$  une lame de verre à faces parallèles, d'indice  $n$  et d'épaisseur  $e$ , parallèle à (P).
  - a. Déterminer le nouvel ordre d'interférence en M et la position de la frange centrale.
  - b. On maintient la lame devant  $S_1$  et on place devant  $S_2$  une autre lame à faces parallèles en verre d'indice  $n'$  et d'épaisseur  $e'$ . Calculer  $e'$  pour que la frange centrale revienne en O ; on donne :  $e = 420\mu\text{m}$  ;  $n = 1,50$  ;  $n' = 1,70$ .

**Exercice 4 :**

1. Soit une lentille mince, stigmatique, convergente, de centre optique O, de focale  $f' = 25\text{cm}$  et d'axe optique Oz. Elle donne une image réelle S', d'une source ponctuelle monochromatique placée au point S ( $\lambda = 550\text{nm}$ ). Calculer la position  $d'$ , de l'image S', sachant que la distance séparant la source de la lentille vaut  $d = 2f$ .
2. On coupe la lentille suivant le plan xOz et ses deux moitiés sont écartées de la part et d'autre de l'axe optique d'une distance  $\varepsilon = 1\text{mm}$  suivant la direction de l'axe des y. Chaque demi-lentille donne une image secondaire de la source S sur le plan perpendiculaire contenant S'. Déterminer l'écartement  $S_1S_2$  entre ces deux images.
3. On dispose un écran d'observation E, perpendiculairement à l'axe optique, à une distance  $OE = 1,5\text{m}$  de la lentille. En prenant le diamètre de la lentille ( $2r = 50\text{mm}$ ), chercher la distance entre S' et E.
4. Chacun des faisceaux issus des points  $S_1$  et  $S_2$ , produit une tache d'éclairement sur l'écran. En reportant tous les points sur le schéma ci-dessous, dites sur quelle largeur  $L = AB$  suivant l'axe des y ces deux faisceaux se recouvrent-ils sur l'écran ?
5. On considère sur l'écran d'observation un point M d'abscisse nulle et d'ordonnée y. En s'inspirant des interférences de Young, donner l'expression de la différence de marche entre les deux rayons issus des points  $S_1$  et  $S_2$  et convergents vers le point M dans le cadre de l'approximation de Gauss.
6. Ecrire l'expression de l'éclairement. Trouver l'expression et calculer la valeur de l'interfrange  $i$  sur l'écran. En déduire le nombre de franges brillantes et le nombre de franges sombres observées sur l'écran.

